Dpto. Matemática

IV MEDIO UNIDAD Cero

2020

FUNCIONES

IV Medio – Unidad cero

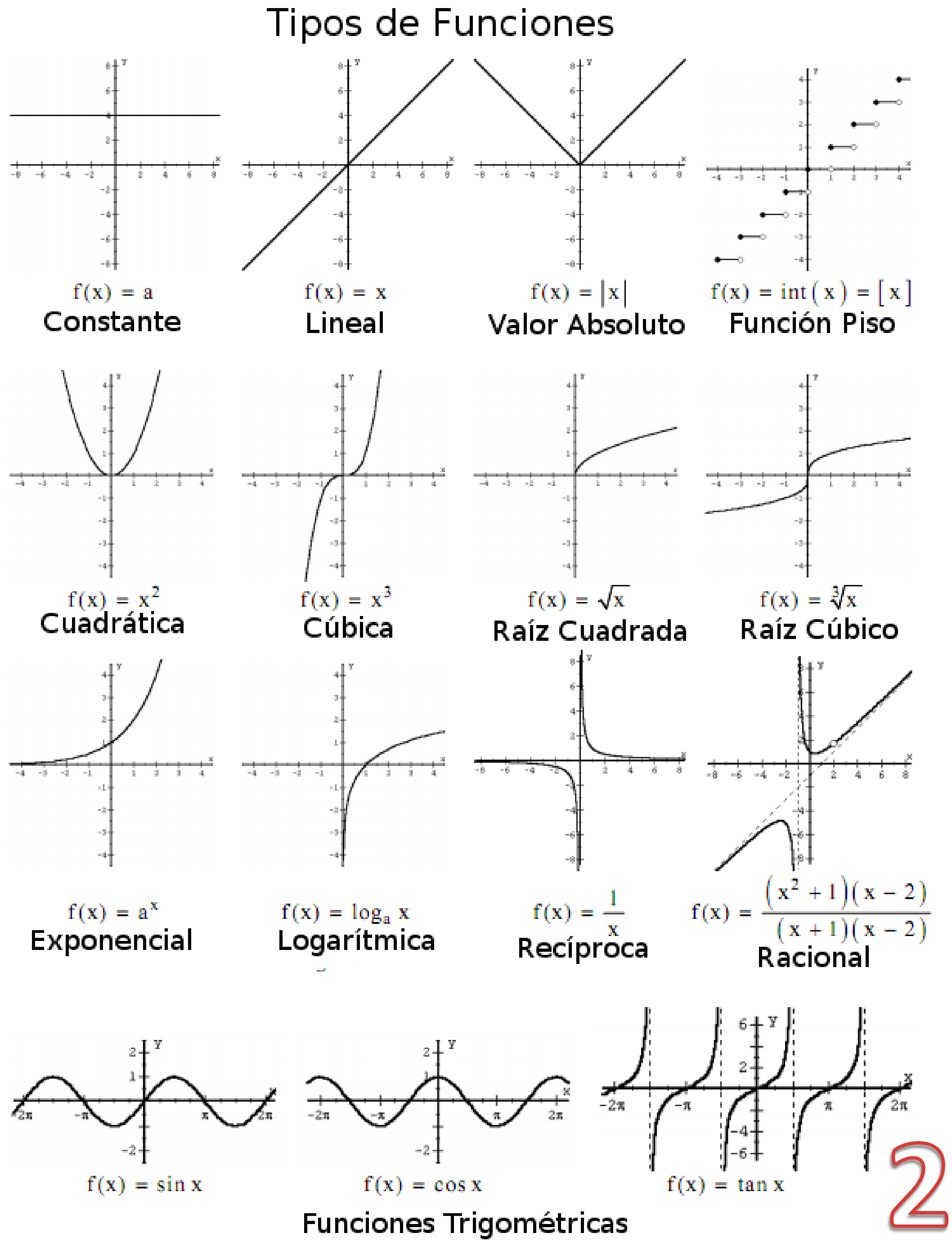
«Guía 2»

Obj.: Reforzar conocimientos previos, referente a funciones

Dpto. Matemática
Prof. Francisco Bórquez Bórquez
IV Medio

TIPOS DE FUNCIONES

Dependiendo de ciertas características que tome la expresión algebraica o notación de la función «f» en x, tendremos distintos tipos de funciones



FUNCIÓN CUADRÁTICA

Nos enfocaremos en esta ocasión en esta función polinómica, expresada como una «ecuación cuadrática» o «ecuación de segundo grado», la cual, de la siguiente forma;

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

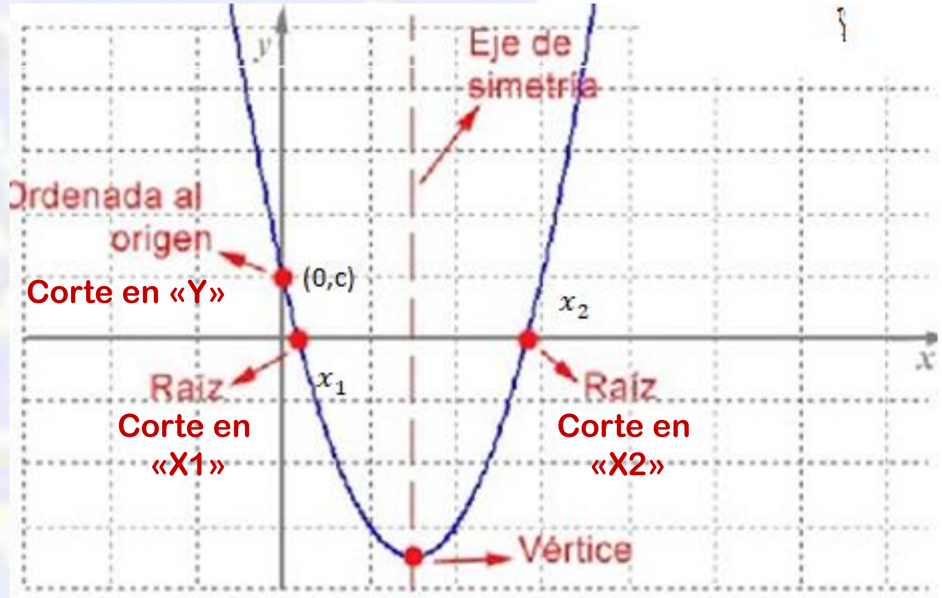
Donde;
a, b y c, son términos que pueden tomar el valor de cualquier real, excepto a, termino que no puede adquirir el valor de «0»

$$f(x) = \underbrace{\boxed{ax^2}}_{\text{Término cuadrático}} \underbrace{\boxed{+\,bx}}_{\text{Término lineal}} \underbrace{\boxed{+\,c}}_{\text{Término independiente}}$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

La representación gráfica de la función cuadrática es la «parábola», quien cuenta con los siguientes elementos;

- ✓ Concavidad
- ✓ Eje de simetría
- ✓ Vértice
- ✓ Puntos de corte



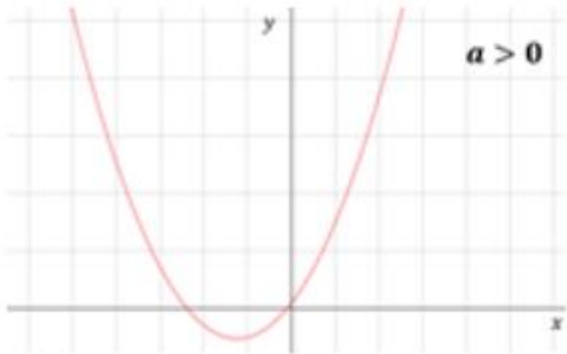
I. Concavidad;

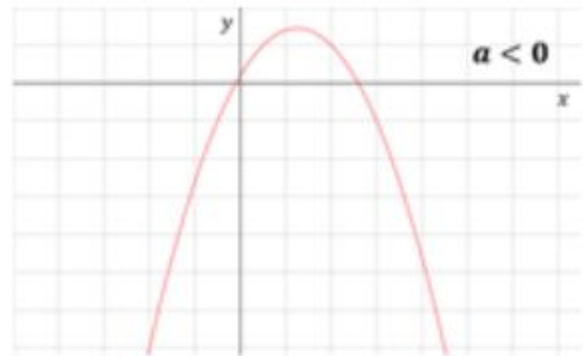
Se refiere a la orientación de la parábola, es decir, si abre hacia arriba o hacia abajo. Para determinar este criterio, nos vamos a enfocar en el valor de término «a»

I. Concavidad;

Si; a > 0, la parábola es **cóncava**, es decir, se abre **hacia arriba**
Si; a < 0, la parábola es **convexa**, es decir, se abre **hacia bajo**

a > 0
«a»
mayor
a cero





a < 0
«a»
menor
a cero

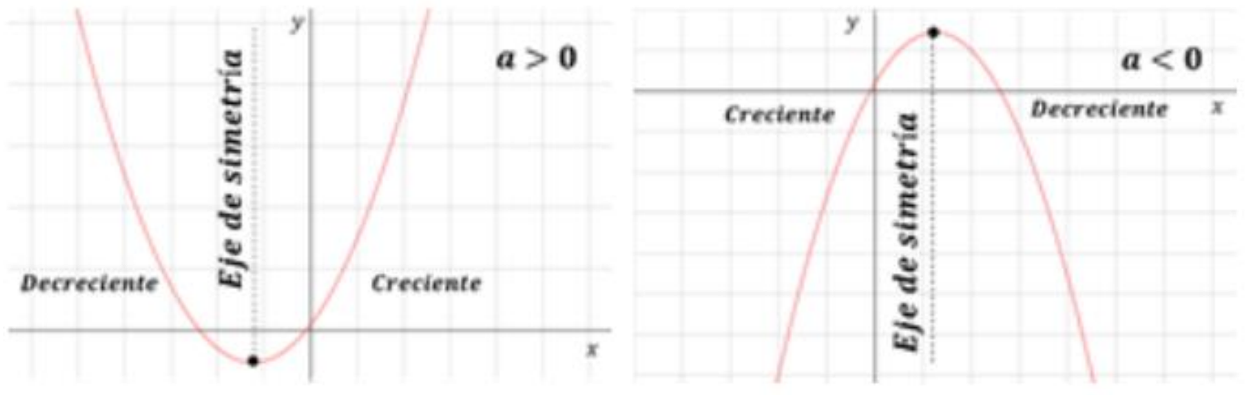
Cuando la parábola resulta ser **cóncava**, definiremos un «**vértice mínimo de la función**»

Cuando la parábola resulta ser **convexa**, definiremos un «**vértice máximo de la función**»

Se desprende de este criterio también, que si |a| (el valor absoluto de a) es **mayor** o **menor**, las ramas de la parábola estarán **mas juntas** o **mas separadas**, respectivamente

II.- Eje de simetría;

Se refiere a la recta que pasa por el vértice y es paralela al eje «Y»

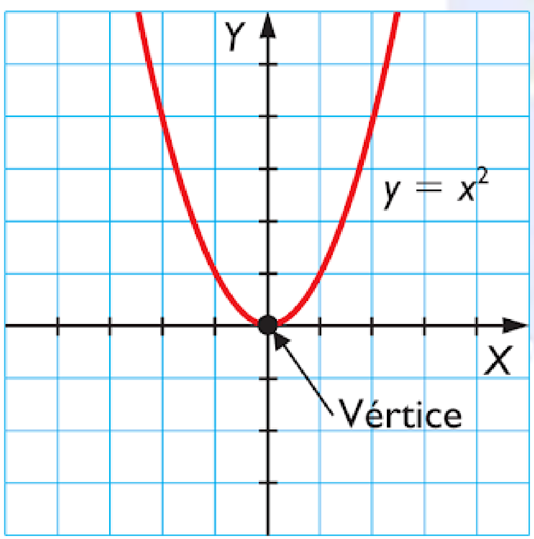


Para su calculo, aplicamos la fórmula

$$\boxed{X = \frac{-b}{2a}}$$

III.- Vértice;

Es el punto de corte o de intersección, del eje de simetría con la parábola



Para calcular el valor de «X»	Para calcular el valor de «Y»
Resulta ser el valor calculado para el eje de simetría $Xv = \frac{-b}{2a}$	Reemplazamos el valor del eje de simetría «X» en la función entregada $Yv = f\left(\frac{-b}{2a}\right)$

$$V = \left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$$

Dpto. Matemática
Prof. Francisco Bórquez Bórquez
IV Medio

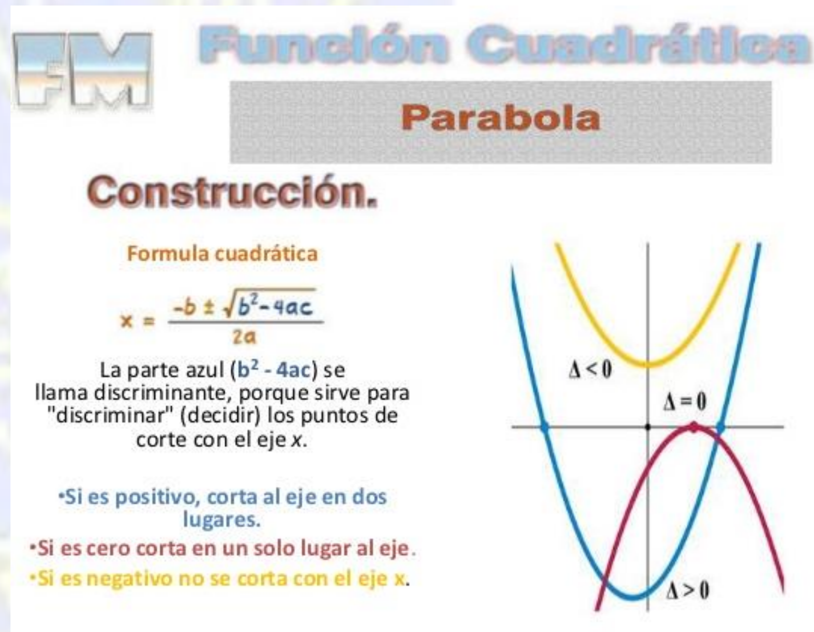
IV.- Puntos de corte o Raíces;

➢ Punto de corte en las abscisas (eje «X»)

Obs: Llamaremos a la expresión «$b^2 - 4ac$» DISCRIMINANTE

En este cálculo, podemos encontrar;

- ❖ Dos puntos de corte; $(X_1, 0)$ y $(X_2, 0)$
  esto sucede si «$b^2 - 4ac > 0$»
- ❖ Un punto de corte $(X_1, 0)$,
  esto si «$b^2 - 4ac = 0$»
- ❖ Ningún punto de corte,
  en el caso de «$b^2 - 4ac < 0$»



Para el cálculo de este eje de simetría, utilizaremos la «Ecuación General», utilizada para resolver ecuaciones de segundo grado.

$$X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

➢ Punto de corte en las ordenadas (eje «Y»)

Para calcular este par ordenado, que se refiere a la intersección de la parábola, con el eje «Y», la primera coordenada debe igualarse a «0», X = 0

Función inicial

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Igualar «X» a «cero»

$$f(0) = a0^2 + b0 + \boxed{c}$$

Observamos que al realizar esta acción, resulta el valor del término independiente «C». Por lo tanto, el punto de corte en las ordenadas, estaría dado por;

$$(0\,, C)$$

Ejemplo 1

Sea la función :

$$f(x) = x^2 - 6x + 5$$

a) Identificar términos; cuadrático, lineal e independiente
b) Evaluar su concavidad, definir si su vértice es máximo o mínimo y juzgar si será una parábola amplia o delgada, justificando respuesta.
c) Calcular eje de simetría
d) Calcular vértice
e) Evaluar puntos de corte en «X», según discriminante
f) Calcular puntos de corte en «X»
g) Calcular puntos de corte en «Y»
h) Graficar la función e identificando sus elementos.

DESARROLLO - EJEMPLO 1

$f(x) = x^2 - 6x + 5$

a) Identificar términos; cuadrático, lineal e independiente

$$f(x) = \boxed{x^2} \boxed{-6x} \boxed{+5}$$

a = + 1 → Término cuadrático

b = - 6 → Término lineal

c = + 5 → Término independiente

b) Evaluar su concavidad, definir si su vértice es máximo o mínimo y juzgar si será una parábola amplia o delgada, justificando respuesta.

- De lo anterior, definimos que a = + 1, por lo tanto;

  $a > 0$; la parábola es cóncava, es decir, se abre hacia arriba

- Dado a que la parábola es cóncava, definiremos un vértice mínimo de la función

- Como |1| (el valor absoluto de 1) es 1, juzgamos que las ramas de la parábola, estarán más separadas.

DESARROLLO - EJEMPLO 1

$f(x) = x^2 - 6x + 5$

c) Calcular el eje de simetría

Recordando que para esta función;

a = + 1
b = - 6
c = + 5

Reemplazar en la formula;

$$\boxed{X = \frac{-b}{2a}}$$

$$X = \frac{-(-6)}{2(1)} = \frac{6}{2}$$

$$\boxed{X = 3}$$

d) Calcular vértice .

$$V = \left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$$

Resulta ser el valor calculado para el eje de simetría

$$\boxed{X = 3}$$

Para calcular el valor de «Y» en el vértice de la parábola, reemplazamos el valor del eje de simetría «X» en la función entregada. Es decir;

$$\boxed{f(x) = x^2 - 6x + 5}$$

En esta, la función inicial, reemplazo el valor de «X», encontrado para el eje de simetría. En este caso «3»

$$f(3) = (3)^2 - 6(3) + 5$$

$$f(3) = 9 - 18 + 5$$

$$\boxed{f(3) = -4}$$

Por lo tanto, el par ordenado que corresponde al vértice de esta función, es;

$$\boxed{V = (3, -4)}$$

DESARROLLO - EJEMPLO 1

$f(x) = x^2 - 6x + 5$

e) Evaluar puntos de corte en «X», según discriminante

- Recordar que llamaremos DISCRIMINANTE **(Δ)** a la expresión; «$b^2 - 4ac$»
- Reemplazando «$b^2 - 4ac$» con los términos de la función

$$\Delta = (-6)^2 - 4(1)(5)$$
$$\Delta = 36 - 20$$
$$\Delta = 16$$

Como en este caso $\Delta > 0$ (el discriminante es mayor a cero), ya que es «16». Podemos evaluar que la parábola cortara al eje «X» en dos puntos

f) Calcular puntos de corte en «X»

Para este cálculo, utilizamos la ecuación general, para ecuaciones de segundo grado; Reemplazando;

$$\boxed{X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

$$X = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4(1)(5)}}{2(1)}$$

$$X = \frac{6 \boxed{\pm} \sqrt{36 - 20}}{2}$$

Utilizamos una formula con «+» y la otra con «-»;

$$X1 = \frac{6 + \sqrt{16}}{2} = \frac{6 + 4}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$X2 = \frac{6 - \sqrt{16}}{2} = \frac{6 - 4}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

DESARROLLO - EJEMPLO 1

f(x) = x^2 – 6x + 5

f) Calcular puntos de corte en «X»

Dejando las coordenadas de «Y» en cero, obtenemos los pares ordenados;
Puntos de corte en «X» $\boxed{(5\,,0)\ y\ (1\,,0)}$

g) Calcular punto de corte en «Y»

Igualamos a «0», la coordenada de «X» en la ecuación

$$f(0) = (0)^2 - 6(0) + 5$$
$$f(0) = 5$$

Por lo tanto, el par ordenado del punto de corte en «Y» será; $\boxed{(0\,,5)}$

Obs: De igual forma, podemos igualar a «0», la coordenada de «X» y a la coordenada «Y», le asignamos el valor del término «C», de la función.

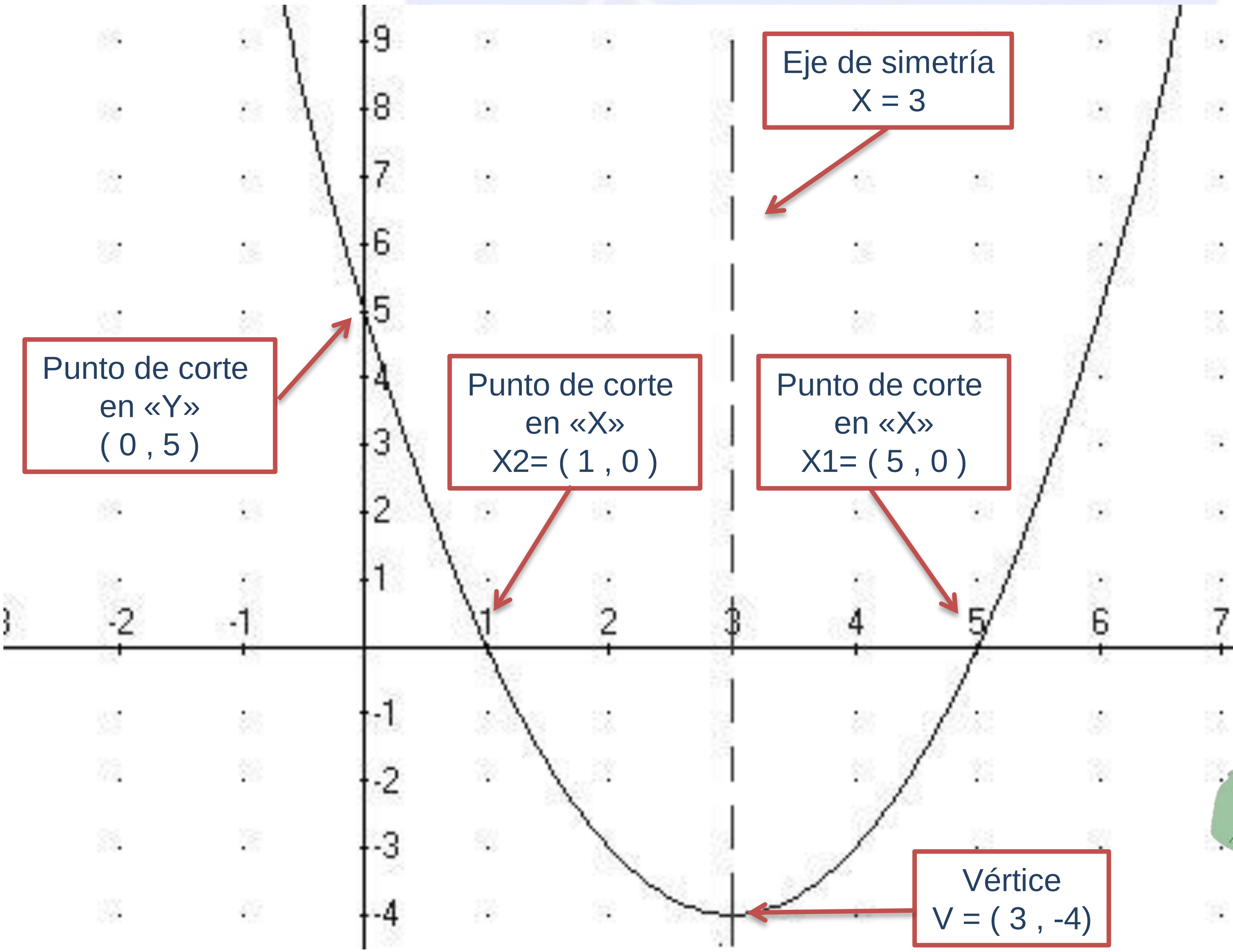
$$f(x) = x^2 - 6x + \boxed{5} \rightarrow \boxed{(0\,,5)}$$

Dpto. Matemática
Prof. Francisco Bórquez Bórquez
IV Medio

DESARROLLO - EJEMPLO 1

$f(x) = x^2 - 6x + 5$

g) Graficar la función e identificar sus elementos



- ✓ La parábola es cóncava
- ✓ Tiene un vértice mínimo
- ✓ Sus ramas son más amplias que delgadas
- ✓ Tiene dos puntos de corte en «X»

Recuerda que, puedes encontrar esta materia en las siguientes redes sociales:

FRANCISCO BORQUEZ
https://www.facebook.com/francisco.borquez.7923

Profignacio

En ellas podrás ver videos explicativos de cada uno de los contenidos, identificado de la siguiente forma:
«4M GUIA2 FUNCIONES CUADRÁTICAS»
https://www.facebook.com/media/set/?set=a.205723167543226&type=3
También puedes, dejar tus preguntas o coordinar para explicaciones personalizadas o grupales.
Recuerda cuidarte y así no solo te cuidas a ti, cuidarás a tu familia y seres amados.
Quédate en casa ☺