LICEO POLIVALENTE A 26 M. GRAL. OSCAR BONILLA

Dpto. Matemática

IV MEDIO
UNIDAD
I

2020

# INECUACIONES

## IV Medio – Unidad: Inecuaciones Lineales

## «Guía 3»

**Obj.:** Conocer definición de conjuntos numéricos, sus propiedades y desigualdades

# SIMBOLOGÍA MATEMÁTICA

| | | |
|---|---|---|
| $\in$ | : | pertenece a |
| $\notin$ | : | no pertenece a |
| $\subset$ | : | incluido en (subconjunto de) |
| $\not\subset$ | : | no incluido en (no es subconjunto de) |
| $\forall$ | : | para todo |
| $\exists$ | : | existe |
| $\nexists$ | : | no existe |
| $\varnothing$, { } | : | conjunto vacío |
| $=>$ | : | implica que; si… entonces… |
| $<=>$ | : | si y sólo si (es necesario y suficiente) |
| U | : | universo |
| # | : | cardinalidad |
| / | : | tal que o tales que |
| (a, b) | : | par ordenado a, b |
| A x B | : | producto cartesiano A cruz B |

| | | |
|---|---|---|
| $P_{(A)}$ | : | conjunto potencia de A |
| $=$ | : | igual |
| $\neq$ | : | distinto, no es igual a |
| $\therefore$ | : | por lo tanto |
| $\cup$ | : | unión |
| $\cap$ | : | intersección |
| $>$ | : | mayor que |
| $<$ | : | menor que |
| $\geq$ | : | mayor o igual que |
| $\leq$ | : | menor o igual que |
| $\Delta$ | : | triángulo |
| $\measuredangle$ | : | ángulo |
| // | : | paralelismo |
| $\perp$ | : | perpendicularidad |
| $\odot$ | : | circunferencia |

# CONJUNTOS

Es una agrupación de objetos, números, letras, cosas, etc. Cuyos términos se llaman elementos del conjunto. Se nombran con una letra mayúscula y se limitan generalmente por «llaves».

Ejemplos:

A = { lunes, martes, miércoles, jueves, viernes}

B= {b,c, d, f, g, h, j, k, l, m, n, ñ, p, q, r, s, t, v, x, y, z}

## ➢ Elementos de pertenencia

Un elemento pertenece a un conjunto cuando aquél se encuentra en este. Se simboliza de las formas:

$$\in\, = pertenece \text{ o } \notin\, = no\ pertenece$$

Según los ejemplos anteriormente expuestos:

| | | | |
|---|---|---|---|
| $\boldsymbol{Lunes \in A}$ | $\boldsymbol{z \in B}$ | $\boldsymbol{Jueves \notin B}$ | $\boldsymbol{Sabado \notin A}$ |

## ➢ Formas de expresar un conjunto

Un conjunto se puede expresar por comprensión y por extensión, de la siguiente forma:

- Por COMPRENSIÓN: Consiste en definir las características que deben cumplir los elementos para estar contenidos en el conjunto en cuestión, para esto utilizamos la simbología matemática.

  Ejemplo: **A= { x ∈ N / x, es múltiplo de 3 }**

  Quiere decir que el conjunto «A» es conformado por «todo número que pertenezca a los naturales, talque, el número, sea múltiplo de 3»

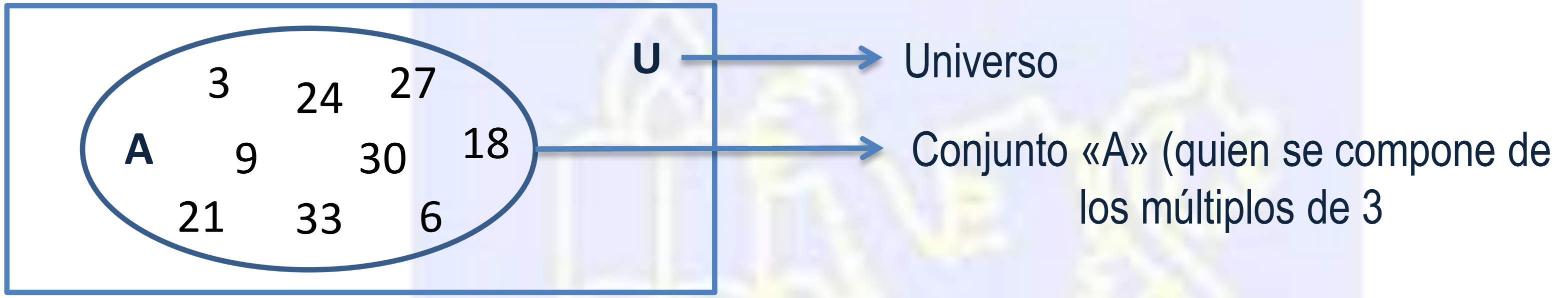
- Por EXTENSIÓN: Es la forma donde se indica cada uno de los elementos, continuando con el ejemplo de arriba, definimos:

  Ejemplo: **A = {3, 6, 9, 12, 15, 18, 21…}**

  Como mencionamos en el ejemplo anterior, serían todos los múltiplos de 3.

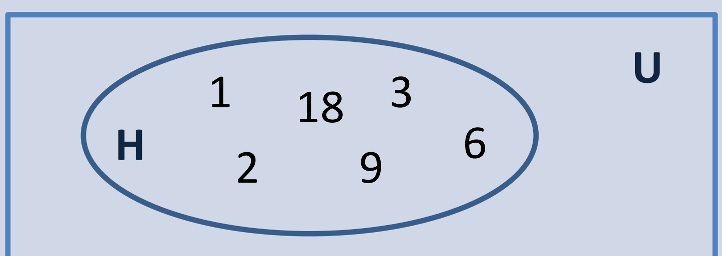
# Representación de un conjunto

Se pueden representar los conjuntos, mediante el «Diagrama de Venn». Siguiendo con el ejemplo anterior, lo exponemos de la siguiente forma:




## EJEMPLO

Representa por comprensión, por extensión y según diagrama de Venn, el conjunto «H», de todos los números positivos, divisores de 18. (Serian los números : 1, 2, 3, 6, 9 y 18)

| POR COMPRENSIÓN | POR EXTENSIÓN |
|---|---|
| **{ x ∈ N / x es divisor de 18}** | **{ 1, 2, 3, 6, 9, 18 }** |
| DIAGRAMA DE VENN | |
|  | |

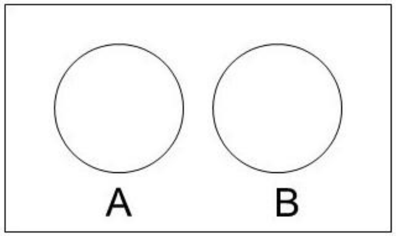
Dpto. Matemática
Prof. Francisco Bórquez Bórquez
IV Medio

# Operaciones básicas entre conjuntos

## Unión (∪)

La unión entre dos conjuntos es otro conjunto, cuyos elementos pertenecen por lo menos a uno de ellos.

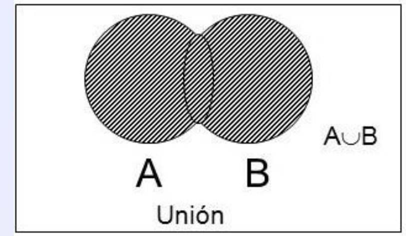
Si tenemos con conjuntos «A» y «B»




Simbólicamente, representamos la unión como:

$$A \cup B = \{\ x \,/\, x \in A \vee x \in B\ \}$$

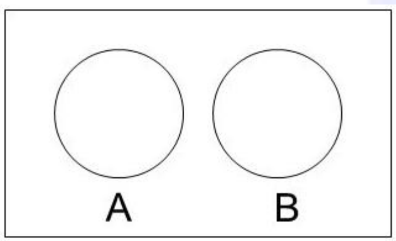
Representada en el diagrama de Venn:




## Intersección (∩)

Esta formado por los elementos que pertenecen a ambos conjuntos

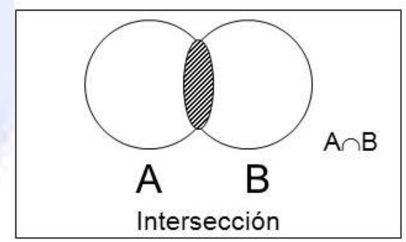
Si tenemos con conjuntos «A» y «B»

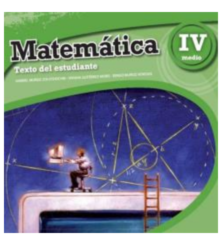



Simbólicamente, representamos la unión como:

$$A \cap B = \{\ x \,/\, x \in A \wedge x \in B\ \}$$

Representada en el diagrama de Venn:




Trabajemos con tu texto escolar
Pagina 21 – «Actividades»
https://curriculumnacional.mineduc.cl/614/w3-article-140087.html

# ➢ Desigualdades

Desigualdad matemática es una proposición de relación de orden existente entre dos expresiones algebraicas conectadas a través de los signos: desigual que ≠, mayor que >, menor que <, menor o igual que ≤, así como mayor o igual que ≥, resultando ambas expresiones de valores distintos.

Por tanto, la relación de desigualdad establecida en una expresión de esta índole, se emplea para denotar que dos objetos matemáticos expresan valores desiguales.

Algo a notar en las expresiones de desigualdad matemática es que, aquellas que emplean:

| Distinto | Mayor | Menor | Mayor igual | Menor igual |
|---|---|---|---|---|
| $\neq$ | $>$ | $<$ | $\geq$ | $\leq$ |

Como las desigualdades expresan relaciones entre los números, al definir conjuntos por comprensión resulta útil usar las desigualdades; por ejemplo, si queremos definir el conjunto de todos los números naturales menores que 1000, resultara extenso por extensión, si embargo por comprensión resulta mas acotado de la siguiente manera:

$$\mathbf{A = \{ x \in N / x < 1000 \}}$$

En algunos casos, al definir un conjunto por comprensión podemos usar más de una desigualdad; por ejemplo, para expresar por comprensión el conjunto de todos los números enteros que se encuentran entre -4 y 7, ambos incluidos, podemos escribir:

$$\mathbf{B = \{ x \in Z / -4 \leq x \leq 7 \}}$$

Expresando; El conjunto «B», se compone de números que pertenezcan al conjunto «Z» (enteros), talque el número sea mayor o igual a -4 y menor o igual a 7.

# ➢ Intervalos

Los intervalos son subconjuntos de los **números reales,** que se pueden representar gráficamente en la recta numérica por un trazo o una semirrecta.

Los intervalos pueden ser:

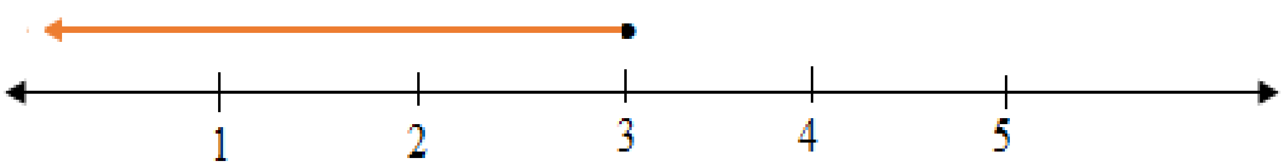
- Intervalos abiertos (°): Por convección se utilizan los paréntesis ( a , b ), que indica que los extremos del intervalo **NO están** contenidos en el intervalo. ( $>, <$ )

- Intervalos cerrados (·): Por convección se utilizan los corchetes $[a, b]$, que indica que los extremos del intervalo **SI están** contenidos en el intervalo. ($\geq$ , $\leq$ )

- Intervalos semiabiertos:
  - Semiabierto a la izquierda: Porque está abierto a la izquierda y el otro está cerrado $(a, b]$
  - Semiabierto a la derecha: Porque está cerrado a la izquierda y el otro está abierto $[a, b)$

Los intervalos, guardan estrecha relación con las desigualdades, ya que, estas ultimas pueden ser expresadas mediantes intervalos que son ubicados en rectas numéricas de números Reales, tomando en cuenta los conceptos anteriormente expuestos para representar de la siguiente forma:

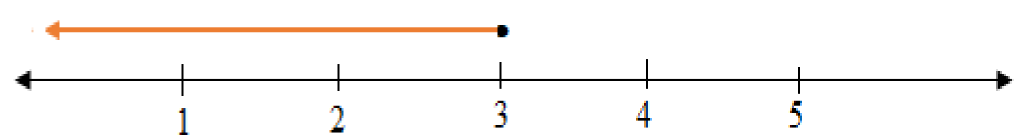
Ejemplo: $\boldsymbol{x \leq 3}$



## Ejemplo 1: $x \leq 3$

Donde podemos definir:

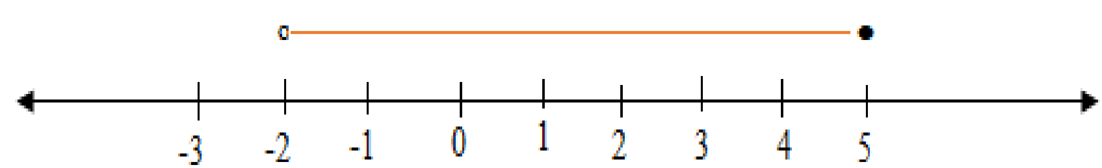
- ✓ Los números menores o iguales a tres
- ✓ Su representación como intervalo será: $(-\infty, 3]$
- ✓ La parte de ∞, se acompaña de un paréntesis, ya que sus valores no están determinados
- ✓ La parte de «3», lo acompaña un corchete, ya que la expresión menciona «menor o igual», es decir, determina que 3 debe estar contenido en el intervalo.
- ✓ ∴ Representamos:




## Ejemplo3: $-2 < x \leq 5$

Donde podemos definir:

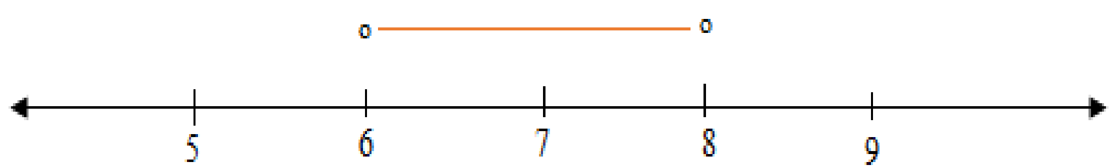
- ✓ Los números mayores que -2 y menores o iguales a 5
- ✓ Su representación como intervalo será: $(-2, 5]$
- ✓ La parte de 2, se acompaña de un paréntesis, ya que menciona, deben ser mayores y no determina un número exacto para el intervalo.
- ✓ La parte de 5, lo acompaña un corchete, ya que la expresión menciona «menor o igual», es decir, determina que 5 debe estar contenido en el intervalo.
- ✓ ∴ Representamos:



Ejemplo 4: $6 < x < 8$

Donde podemos definir:

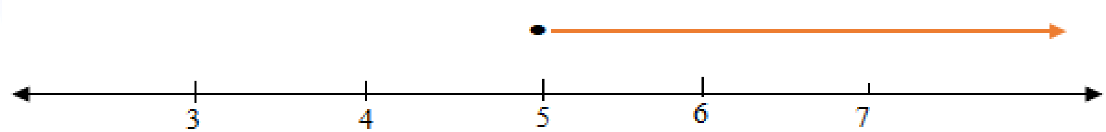
- ✓ Los números mayores a 6 y menores a 8
- ✓ Su representación como intervalo será: $(6\,,8)$
- ✓ Ambas partes con paréntesis ya que indica solo mayores de 6 y menores de 8, sin determinar un número exacto de principio o fin.
- ✓ ∴ Representamos:




Ejemplo 5: $5 \leq x$

Donde podemos definir:

- ✓ Los números igual a 5 o mayor a el.
- ✓ Su representación como intervalo será: $[5\,,\infty)$
- ✓ Por parte de 5, se utiliza un corchete, ya que el intervalo se cierra el 5. Esta determinado.
- ✓ En cuanto a infinito positvo, ya es indeterminado, por lo tanto se acompaña de un parentesis.
- ✓ ∴ Representamos:

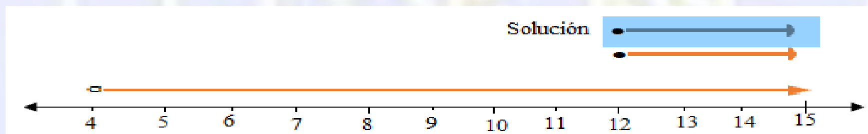


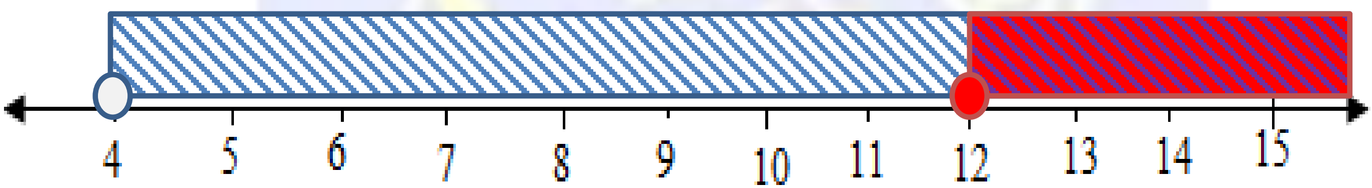
Dpto. Matemática
Prof. Francisco Bórquez Bórquez
IV Medio

## Ejemplo 6: $4 < x \geq 12$

Donde podemos definir:

- ✓ Los números mayores a 4 y mayores e iguales a 8
- ✓ Su representación como intervalo será: $[12\ ,\infty)$
- ✓ Ambas partes tienden al infinito positivo, por lo tanto, como se intersectan en 12, y este elemento es tomado, su solución es desde 12 (tomándolo, ya que es mayor e igual el) hasta el infinito positivo y los infinitos, se siguen de paréntesis, ya que no determinan valores.
- ✓ $\therefore$ Representamos:

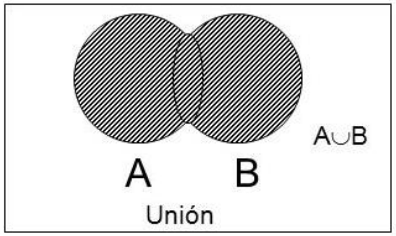



- ○ Indica los elementos mayores de 4: $4 < x$
- • Indica los elementos iguales y mayores de 12: $x \geq 12$
- • Indica la intersección formada por ambos intervalos, comenzando desde 12, tomando este elemento por ser «mayor e igual», hasta $\infty$

# ➢ Uniones de intervalos

Recordando lo anteriormente expuesto sobre uniones, en conjuntos:



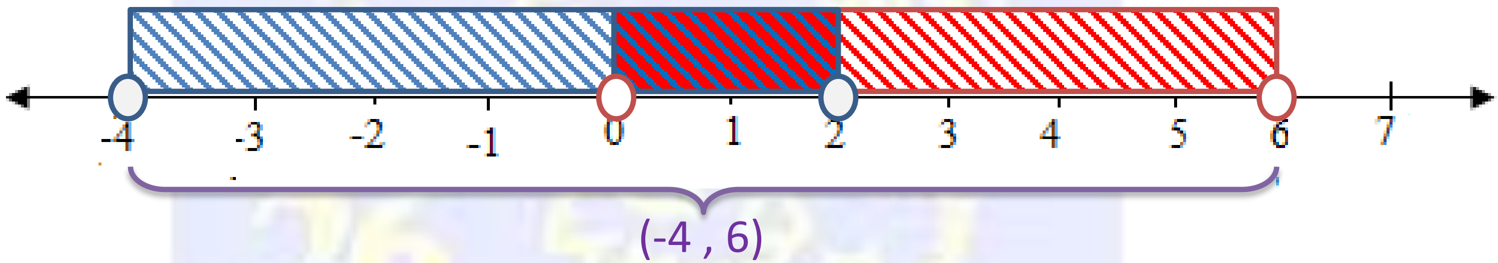

La unión entre dos conjuntos es otro conjunto, cuyos elementos pertenecen por lo menos a uno de ellos.

**A∪B = { x / x ∈ A ∨ x ∈ B }**

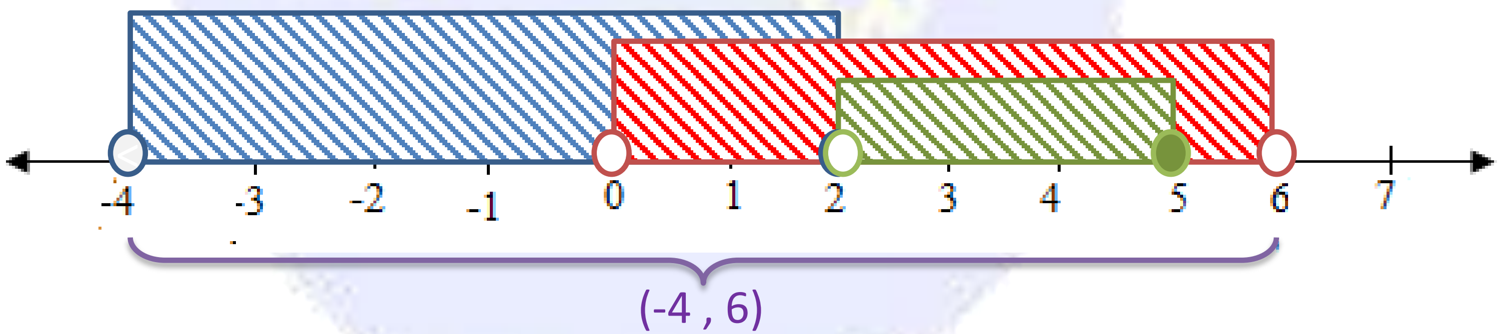
Aplicando a intervalos sería:

Ejemplo: Sean A (-4 , 2) ; B (0 , 6) ; C (2 , 5]. Determinar:

$a)\ \ A \cup B$




$b)\ A \cup B \cup C$

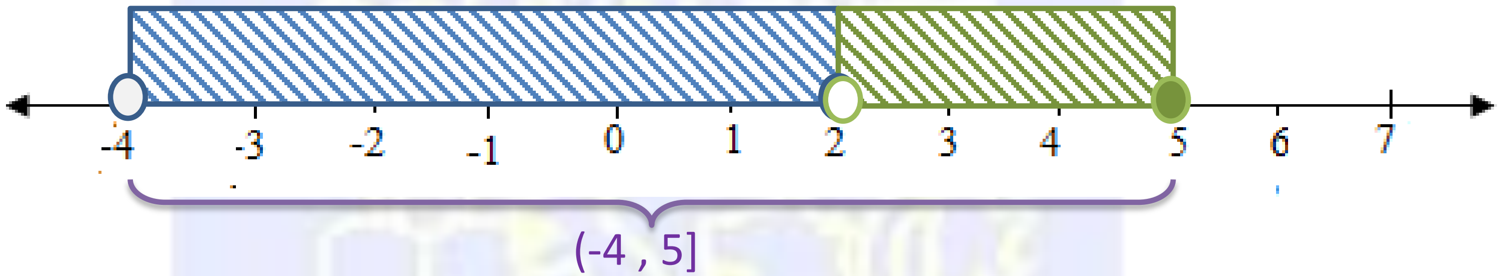


Dpto. Matemática
Prof. Francisco Bórquez Bórquez
IV Medio

Del ejemplo:

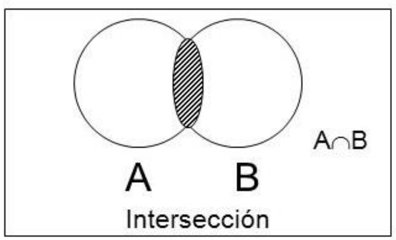
Sean A (-4 , 2) ; B (0 , 6) ; C (2 , 5]. Determinar:

c) $A \cup C$




## ➢ Intersección de intervalos

Recordando lo anteriormente expuesto sobre uniones, en conjuntos:



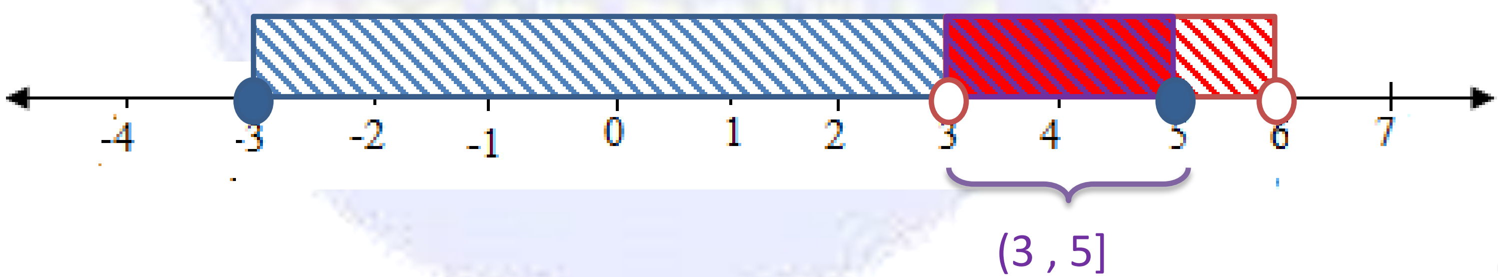

La intersección , esta formada por los elementos que pertenecen a ambos conjuntos

$$A \cap B = \{ x / x \in A \wedge x \in B \}$$

Aplicando a intervalos sería:

Ejemplo: Sean A [-3 , 5] ; B (3 , 6) ; C (5 , 7). Determinar:

*a)* $A \cap B$

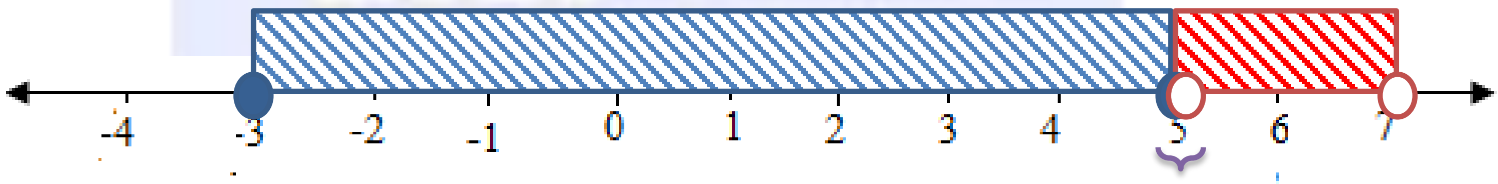


Dpto. Matemática
Prof. Francisco Bórquez Bórquez
IV Medio

# Del ejemplo:

Sean A [-3 , 5] ; B (3 , 6) ; C (5 , 7). Determinar:

$b)\ A \cap C$




Como podemos observar
NO se producen intersecciones
$\therefore A \cap C = \{\emptyset\}$


Puedes encontrar esta información, ejercicios y actividades en tu texto de estudio, entre las paginas: 18 a 29.

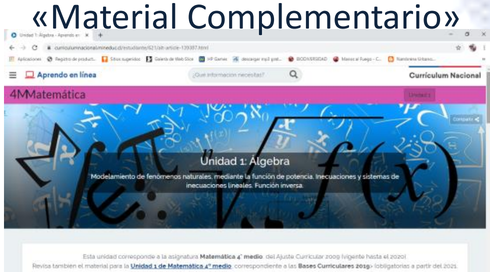
Puedes descargar gratis tu texto en versión PDF, de la siguiente forma:

www.curriculumnacional.mineduc.cl


Click en:
Aprendo en línea usando texto escolar


Click en:
Matemática – 4M


Bajar hasta
«Material Complementario»




Click en:
«Matemática 4° medio. Texto del estudiante»


Descarga el texto